

Übungen Mechanik und Wärme WS12 10. Übungsblatt

Aufgabe 57 (3 Punkte):
Zu rechnen bis: 22/23.01.2013

Drehmoment und Leistung eines Verbrennungs-Kraft-Motors

Wir betrachten einen Zylinder eines modernen 4-Zyl. 4-Takt Dieselmotors (Figure 2). Die 4 Takte umfassen jeweils eine halbe Umdrehung und sind: Arbeitstakt, Ausstoßen, Einsaugen, Verdichten. Im oberen Raum zwischen Kolben und Gehäuse befindet sich ein Gas. Wenn der Kolben im oberen Totpunkt (OT) steht ($\varphi = 0^\circ$) entzündet sich das Gas mit Zünddruck $p_0 = 200 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ und Volumen $V_0 = A \cdot z_0$. Durch den Gasdruck $p(z) = \frac{F(z)}{A} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$ wird der Kolben nach unten gedrückt. Die Expansion des Gases sei in unserem vereinfachten Beispiel Isotherm, d.h. $p(z) \cdot V(z) = p_0 \cdot V_0 = \text{const.}$

Wandernde Platte

Eine rechteckige Metallplatte mit der Länge $l = 40\text{cm}$ und der Masse $m = 1\text{kg}$ liegt auf einem um den Winkel $\varphi = 30^\circ$ geneigten, ebenen Dach.

Daten: spezifische Wärmeausdehnung des Metalls $\alpha = +2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, Wärmeausdehnung des Daches (unter der Platte) sei vernachlässigbar, Haftreibungskoeffizient zwischen Dach und Metallplatte $\mu_H = 0,7$, tägliche Temperaturänderung (Erwärmung - Abkühlung) $\Delta T = 40\text{K}$.

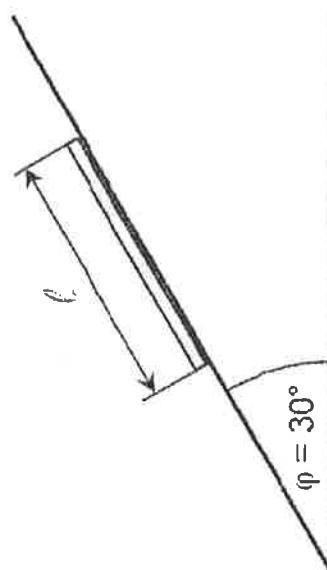


Figure 1: Wandernde Platte

Aufgabe 56 (2 Punkte):
Zu rechnen bis: 22/23.01.2013

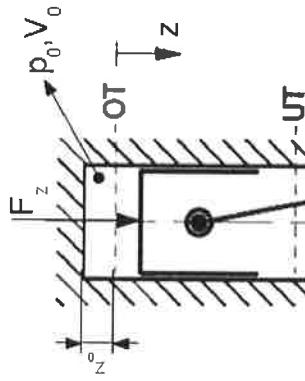


Figure 2: Kinematik des Kurbeltriebs

Geg.: $d_{\text{Kolben}} = 83\text{mm}$; $z_0 = 6.5\text{mm}$; $r = 49.5\text{mm}$; $l = 143.55\text{mm}$; $\lambda = \frac{r}{l}$;
 $p_0 = 200\text{bar}$; Motordrehzahl $n = 4200\text{min}^{-1}$;

- Machen Sie zuerst eine Prinzipskizze mit allen auftretenden Kräften und Winkel. Überlegen Sie sich die Kolbenposition $z(\varphi)$ indem Sie von $r + l$ bei $\varphi = 0$ die Werte $r(\varphi)$ und $l(\varphi)$ geeignet abziehen. Ermitteln Sie daraus die Kolbengeschwindigkeit $\dot{z}(\varphi) = \frac{\partial(z(\varphi))}{\partial t}$
- Stellen Sie eine Allgemeine Formel für das Drehmoment $M(\varphi)$ an der Kurbelwelle einmaligen Erwärmung und Abkühlung.
- Berechnen Sie den Betrag der Verschiebung des Schwerpunkts der Platte bei einer

zwischen $\varphi = 0$ und $\varphi = \pi$ auf und eliminieren Sie β aus der Formel. Überlegen Sie sich dazu zuerst $F(z)$ und $F_t(F_z)$, und benutzen das zuvor berechnete $z(\varphi)$.

- (c) Berechnen Sie nun explizit das Gesamtdrehmoment des Arbeitstaktes, d.h. $M_1 = \int_0^\pi M(\varphi) \cdot d\varphi$. Benutzen Sie dazu die Näherung $\lambda = 1$. Damit vereinfacht sich das Integral deutlich, wobei sich der Fehler durch das durchlaufen aller Winkel φ in Grenzen hält. Alle $(r+l)$ Terme bleiben durch diese Vereinfachung aber unverändert.

- (d) Ermitteln Sie das mittlere Drehmoment über die Summe aller 4 Takte (entspr.

$$2 \text{ vollen Umdrehungen}) \bar{M} = \frac{1}{4\pi} \cdot \sum_{i=1}^4 M_i \text{ mit den Drehmomenten während des}$$

Gaswechsels $M_2 = M_3 = 0$ und dem aufzubringenden Drehmoment zum Verdichten $M_4 = -\frac{M_1}{3}$, und bestimmen Sie daraus die gesamte Motorleistung bei Drehzahl $n = 4200U/min$ von allen 4 Zylindern $P = 4 \cdot \frac{1}{t} \int \bar{F} \cdot dl$. Achten Sie dabei darauf, wie oft dieser Zyklus pro Sekunde durchlaufen wird.
(Vergleich - Prüfstandsleistung des Motors: $P = 149,9kW/4200min^{-1}$)

Aufgabe 58 (1 Punkt):

Zu rechnen bis: 22/23.01.2013

Stirlingmotor - Benzinnmotor

- (a) Zeichnen und diskutieren Sie mit p-V-Diagrammen den Kreisprozess eines Stirling- und eines Benzimmotors.

- (b) Entwickeln Sie ausgehend vom Diagramm des Benzimmotors eine allgemeine Formel für den theoretischen Wirkungsgrad η_{th} und berechnen Sie den Wirkungsgrad anschließend mit diesen Werten:

$$\text{Kompressionsverhältnis } \frac{V_1}{V_2} = 10, \text{ Adiabatenindex } \kappa = \frac{9}{7}.$$

Aufgabe 59 (1 Punkt):

Zu rechnen bis: 22/23.01.2013

Gasblasen

Jemand beobachtet Sauerstoffgasblasen, die an die Oberfläche eines Sees steigen und bemerkt sowohl kleine als auch große Gasblasen.

- (a) Kleine Gasblasen haben eine sehr geringe Steiggeschwindigkeit und nehmen deshalb die Temperatur des umgebenden Wassers an, die sich mit der Tiefe ändert.

- (b) Große Gasblasen steigen viel schneller auf, dabei soll kein merkbarer Wärmeaustausch mit dem Wasser stattfinden.

an der Wasseroberfläche hat.

Daten: Luftdruck $p_1 = 101,3kPa$, Oberflächentemperatur des Sees $\vartheta_1 = 15^\circ C$, Tiefentemperatur des Sees $\vartheta_2 = 4^\circ C$, Dichte des Wassers $\rho_w = 1000 \frac{kg}{m^3}$, Adiabatenindex Sauerstoff $\kappa = \frac{7}{5}$.

Aufgabe 60 (3 Punkte):

Zu rechnen bis: 22/23.01.2013

Hauswand im Winter

- (a) Zeichnen und erklären Sie den qualitativen Temperaturverlauf von außen nach innen durch eine Hauswand mit $l_p = 10cm$ dicker Isolierschicht (außenliegend) und $l_z = 30cm$ dicker Ziegelmauer bei Temperaturen $\vartheta_i = 21^\circ C$ und $\vartheta_a = -8^\circ C$.

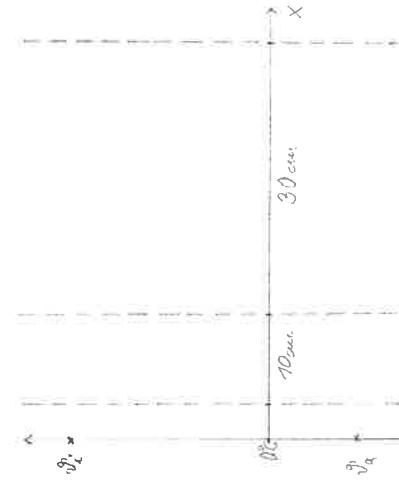


Figure 3: Temperaturverlauf in der Wand

- (b) Berechnen Sie den Wärmestrom $\Phi = \frac{dQ}{dt}$ bei den Temperaturen wie bei (a) für eine Wandfläche $A = 40m^2$. Ein Viertel der Wandfläche besteht aus Glasfenstern.

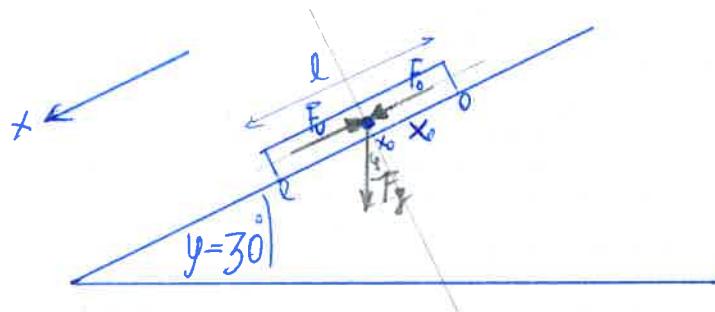
- (c) Berechnen Sie ohne Berücksichtigung der Wärmeübergänge außen und innen die Zwischentemperatur ϑ_z an der Grenze zwischen Isolierung und Ziegel.

Daten für die Mauer: Wärmeleitfähigkeit für die Isolierung $\lambda_I = 0,03 \frac{W}{m \cdot K}$ für Ziegel $\lambda_Z = 0,2 \frac{W}{m \cdot K}$. Wärmeübergang außen (Außenluft - Außenwand) $\alpha_a = \frac{23}{m^2 \cdot K}$, Wärmeübergang innen (Innenwand - Innenluft) $\alpha_i = 8 \frac{W}{m^2 \cdot K}$.

Daten für das Fenster: k-Wert für das gesamte Fenster $k_f = 0,6 \frac{W}{m^2 \cdot K}$.

Berechnen Sie für beide Fälle die Wassertiefe h des Sees, in der das Volumen der Sauerstoffgasblase genau ein Zehntel des Volumens beträgt, das die Gasblase beim Auftauchen

Aufgabe 56



- (1) Möglichkeit an: x_0 bleibt bei Ausübung der Kraft in Ruhe

Reibungskraft: $F_R = \mu \cdot F_g = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$

Kräfte in Punkt x_0 :

$\frac{F_0}{l} \mu m g \cos \varphi$

(Reibung oberhalb von x_0 wird der Ausübung entgegen)

Anteil der Reibungskraft für den oberen Teil der Platte

$\frac{l-x_0}{l} \mu m g \cos \varphi$

Anteil der Reibungskraft für den unteren Teil der Platte

$\underline{F_p = m \cdot g \cdot \sin \varphi}$ (Parallel komponente der Gewichtskraft wird nach unten)

Punkt x_0 sei in Ruhe \Rightarrow Summe der Kräfte = 0:

$$-F_0 + F_0 + F_p = 0$$

$$-\frac{l-x_0}{l} \mu m g \cos \varphi + \frac{x_0}{l} \mu m g \cos \varphi + m \cdot g \cdot \sin \varphi = 0$$

$$\frac{x_0}{l} \mu \cos \varphi - \mu \cos \varphi + \frac{x_0}{l} \mu \cos \varphi + \sin \varphi = 0$$

$$x_0 = -\frac{\mu \cos \varphi + \sin \varphi}{\frac{2\mu}{l} \cos \varphi} = \frac{l}{2} - \frac{l}{2\mu} \tan \varphi = \frac{l}{2} \left(1 - \frac{1}{\mu} \tan \varphi\right) = 0.035 \text{ m}$$

(2)

- (2) Wenn sich die Platte nun zusammenzieht
drehen sich die Vorzeichen der Reibungskräfte um,
dass die Parallelkraft bleibt parallel. Es gibt also
einen anderen Punkt x_1 (von oben gesehen), sodass

$$F_U - F_0 + \bar{F}_P = 0$$

$$\frac{l-x_1}{l} \mu mg \cos \varphi - \frac{x_1}{l} \mu mg \cos \varphi + mg \sin \varphi = 0$$

$$-\frac{x_1}{l} (\mu \cos \varphi) + \mu \cos \varphi + \sin \varphi = 0$$

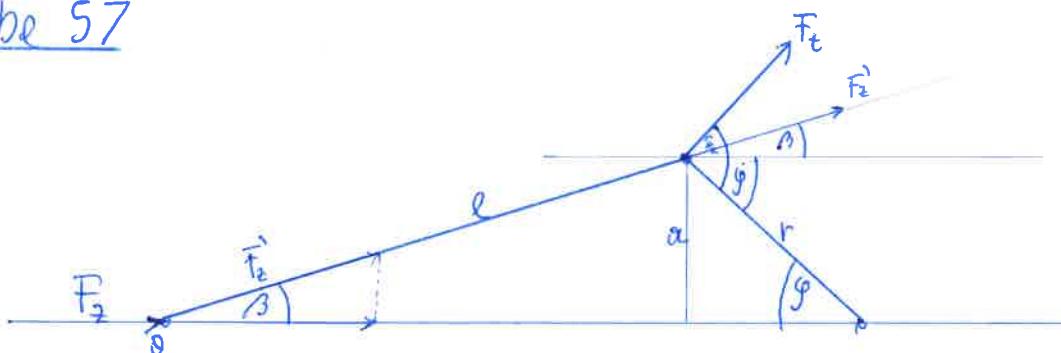
$$x_1 = \frac{\mu \cos \varphi + \sin \varphi}{\frac{2\mu}{l} \cos \varphi} = \frac{\frac{l}{2} + \frac{l}{2\mu} \tan \varphi}{\frac{2\mu}{l} \cos \varphi} = \underline{\underline{\frac{l}{2} \left(1 + \frac{1}{\mu} \tan \varphi\right)}} = \underline{\underline{0.3650 \text{ m}}}$$

- (3) Bei Ausdehnung verschiebt der Punkt x_1 um $\Delta l = (x_1 - x_0) \propto \Delta T$ nach unten. Beim Abkühlen bleibt der Punkt x_1 oben gleich.
Dass die Platte nach dem Abkühlen wieder die gleiche Größe hat wie zu Beginn der Erwärmung, folgt, dass der Schwerpunkt um

$$\Delta l = (x_1 - x_0) \propto \Delta T = \left(\frac{l}{2} \left(1 + \frac{1}{\mu} \tan \varphi\right) - \frac{l}{2} \left(1 - \frac{1}{\mu} \tan \varphi\right) \right) \propto \Delta T$$

$$= \frac{f}{\mu} \tan \varphi \propto \Delta T \approx \underline{\underline{0.26 \text{ mm}}}$$

Aufgabe 57



$$\bar{F}_2 = \bar{F}_2' \cos \beta$$

$$F_T = \bar{F}_2' \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \beta - \gamma \right) = \bar{F}_2' \sin (\beta + \gamma) = \bar{F}_2 \frac{1}{\cos \beta} \sin (\beta + \gamma)$$

$$\underline{\underline{\alpha: l \sin \beta = r \sin \gamma \Rightarrow \sin \beta = \frac{r}{l} \sin \gamma = \frac{r}{l} \sin \gamma = \frac{r \sin \gamma}{l} \Rightarrow \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma}}} \quad \underline{\underline{1 - \sin^2 \gamma}}$$

(3)

$$\begin{aligned}
 (a) \quad z(\varphi) &= r + l - r \cos \varphi - l \cos \beta \\
 &= r(1 - \cos \varphi) + l(1 - \cos \beta) \\
 &= \underline{\underline{r(1 - \cos \varphi) + l(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi})}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{z}(\varphi) &= \frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial \varphi} \frac{d\varphi}{dt} = r \omega \sin \varphi - \frac{l}{\lambda} \omega \frac{(-2\lambda^2 \sin \varphi \cos \varphi)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} \\
 &= r \omega \sin \varphi + l \omega \lambda^2 \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} = r \omega \sin \varphi + \frac{r \omega \lambda}{2} \frac{\sin(2\varphi)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} \\
 &= \underline{\underline{r \omega \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \frac{\sin(2\varphi)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} \right)}}
 \end{aligned}$$

$$(b) \quad M(y) = \vec{F}_T \times \vec{v} = F_T r \frac{\sin(\beta + \varphi)}{\cos \beta}$$

$$\sin(\beta + \varphi) = \sin \beta \cos \varphi + \cos \beta \sin \varphi$$

$$P_z = \frac{\vec{F}_T}{A} \quad P_z V_z = P_0 V_0$$

$$P_z = \frac{P_0 V_0}{V_z} = \frac{P_0 V_0}{A(z_0 + z)} = \frac{\vec{F}_T}{A}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F_z = \frac{P_0 V_0}{z_0 + z}}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow M(y) = \frac{P_0 V_0 r}{z_0 + z} \frac{\sin(\beta + \varphi)}{\cos \beta} \\ z(\varphi) = \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 M(y) &= r \frac{P_0 V_0}{z_0 + r(1 - \cos \varphi) + l(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi})} \cdot \frac{\cos \varphi \lambda \sin \varphi + \sin \varphi \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}} \\
 &= r \frac{P_0 V_0}{z_0 + r(1 - \cos \varphi) + l(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi})} \cdot \frac{\sin \varphi (\lambda \cos \varphi + \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi})}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}}
 \end{aligned}$$

$$(c) \quad \text{Nähерung: } \lambda = 1$$

$$M_i = \int_0^\pi M_i(\varphi) d\varphi;$$

$$\begin{aligned}
 M_1 &= \int_0^{\pi} d\varphi \rho_0 V_0 r \frac{1}{z_0 + r(1-\cos\varphi) + l(1-\sqrt{1-\lambda^2}\sin^2\varphi)} \cdot \frac{\sin\varphi(\lambda\cos\varphi + \sqrt{1-\lambda^2}\sin^2\varphi)}{\sqrt{1-\lambda^2}\sin^2\varphi} = |_{\lambda=1} \\
 &= \int_0^{\pi} d\varphi \rho_0 V_0 \frac{r}{z_0 + r(1-\cos\varphi) + l(1-\cos\varphi)} \frac{\sin\varphi 2\cos\varphi}{\cos\varphi} \\
 &= \int_0^{\pi} d\varphi \rho_0 V_0 \underbrace{\frac{r}{z_0 + (r+l)(1-\cos\varphi)}}_{u} 2\sin\varphi = \left| \begin{array}{l} u = z_0 + (r+l)(1-\cos\varphi) \\ du = -(r+l)(-\sin\varphi) d\varphi \end{array} \right| \\
 &= \int_0^{\pi} du \frac{\rho_0 V_0}{(r+l)\sin\varphi} \frac{r}{u} 2\sin\varphi = \frac{2r\rho_0 V_0}{r+l} \ln(u) \Big|_{z_0}^{z_0+(r+l)(1-\cos\varphi)} \\
 &= \frac{2r\rho_0 V_0}{r+l} \left[\ln(z_0 + (r+l)2) - \ln(z_0) \right] = \underline{\underline{\frac{2r\rho_0 V_0}{r+l} \ln\left(1 + \frac{2(r+l)}{z_0}\right)}}
 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{M_1 \approx 1479 \text{ Nm}}}$$

$$(d) \quad \bar{M} = \frac{1}{4\pi} (M_1 + Q - \frac{M_1}{3}) = \underline{\underline{78.5 \text{ Nm}}}$$

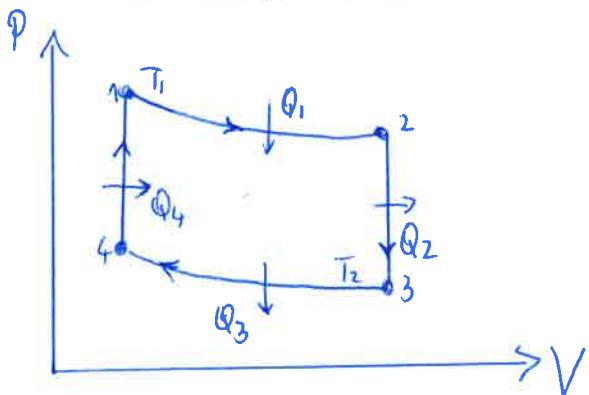
$$P = 4 \cdot \frac{1}{t} \int F \cdot dl = 4 \cdot 2\pi r \underbrace{\bar{F}_z \cdot r}_{\# \text{zykl.}} = 4 \bar{M} 2\pi r = \underline{\underline{4 \bar{M} 2\pi \frac{n}{60}}} = \underline{\underline{138 \text{ kW}}}$$

Aufgabe 58

Stirlingmotor / Benzinmotor

(1) PV-Diagramm

(2) Stirlingmotor



1-2: Isotherme Expansion,
Wärmezufuhr Q_1

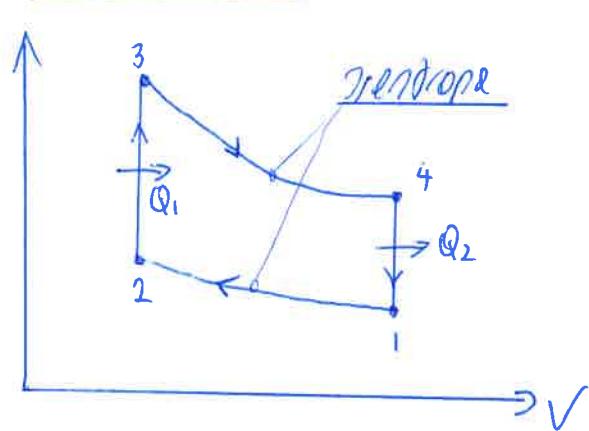
2-3: Isochore Abkühlung
Wärmeabfuhr Q_2

3-4: Isotherme Kompression
Wärmeabfuhr Q_3

4-1: Isochore Erwärmung
Wärmezufuhr Q_4

Wenn man die beim Weg 2-3 abgegebene Wärme Speichert und bei Weg 4-1 dies zur Führ nutzt, oth
 $Q_2 = -Q_4 = C_V \cdot \Delta T$, and der ein Motor mit reversiblem Carnot-Prozess. (5)

(b) Brenttrommoder



1-2: Isentrope Kompression
 $\delta Q = 0$

2-3: Isochorische Kompression mit Wärmezufuhr Q_1 , Verbrennung

3-4: Isentrope Expansion
 $\delta Q = 0$

4-1: Isochorische Expansion mit Wärmeabgabe (Abgabe) Q_2

(2) Wir betrachten den Wärmeaustausch bei 2-3 und 4-1 ($V_{\text{const.}}$)

$$\begin{aligned} Q_1 &= n C_V (T_3 - T_2) && \text{Zufuhr} \\ Q_2 &= n C_V (T_4 - T_1) && \text{Abgabe} \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{\Delta W}{Q_1} = \frac{\Delta Q}{Q_1} = \frac{n C_V [(T_3 - T_4) - (T_4 - T_1)]}{n C_V (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Für Isentropenlinien gilt $p \cdot V^{\alpha} = \text{const.}$ bzw.

$$P_1 \cdot V_1^{\alpha} = P_2 V_2^{\alpha}, \text{ sowie } P_3 V_3^{\alpha} = P_4 V_4^{\alpha}.$$

Mit $P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$ folgt:

$$T_1 V_1^{\alpha-1} = T_2 V_2^{\alpha-1} \text{ bzw. } T_3 V_3^{\alpha-1} = T_4 V_4^{\alpha-1}.$$

Einsetzen in η gibt dann

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_3 \left(\frac{V_1}{V_4} \right)^{\alpha-1} - T_2 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\alpha-1}}{T_3 - T_2}$$

Für 2-3 und 1-4 gilt wegen $\delta V = 0$: $V_3 = V_2$ und $V_1 = V_4$

Somit gilt $\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}$, es folgt:

$$\eta = 1 - \frac{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\alpha-1} (T_3 - T_2)}{(T_3 - T_2)} = \underline{1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\alpha-1}}$$

Einfügen der Werte: $\eta = 1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{\alpha-1} = 1 - 10^{-\frac{2}{3}} = 0.482 \approx \underline{48\%}$

Aufgabe 59

(a) kleine Gasblasen:

Gasblase bleibt gleich. Es gilt die obige Gleichung,

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = n \cdot R = \frac{P_2 V_2}{T_2}. \quad \text{Wir berechnen den Druck in der Tiefe } P_2$$

und setzen ihn gleich dem hydrostatischen Druck + doppeldruck.

$$P_2 = P_1 \frac{T_2 V_1}{T_1 V_2} = P_1 \frac{10 V_2 T_2}{V_2 T_1} = g_w g h + P_1$$

$$\Rightarrow h = \frac{P_1}{g_w g} \left(\frac{10 T_2}{T_1} - 1 \right) \approx \underline{89m}$$

(b) große Gasblasen

der Vorgang erfolgt adiabatisch, i.e. $\delta Q = 0$.

$$P_1 V_1^\alpha = P_2 V_2^\alpha \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{V_1^\alpha}{V_2^\alpha} = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\alpha = \underline{\underline{P_1 10^\alpha}}$$

Für den Druck P_2 gilt: $P_2 = g_w g h + P_1 = P_1 \cdot 10^\alpha$

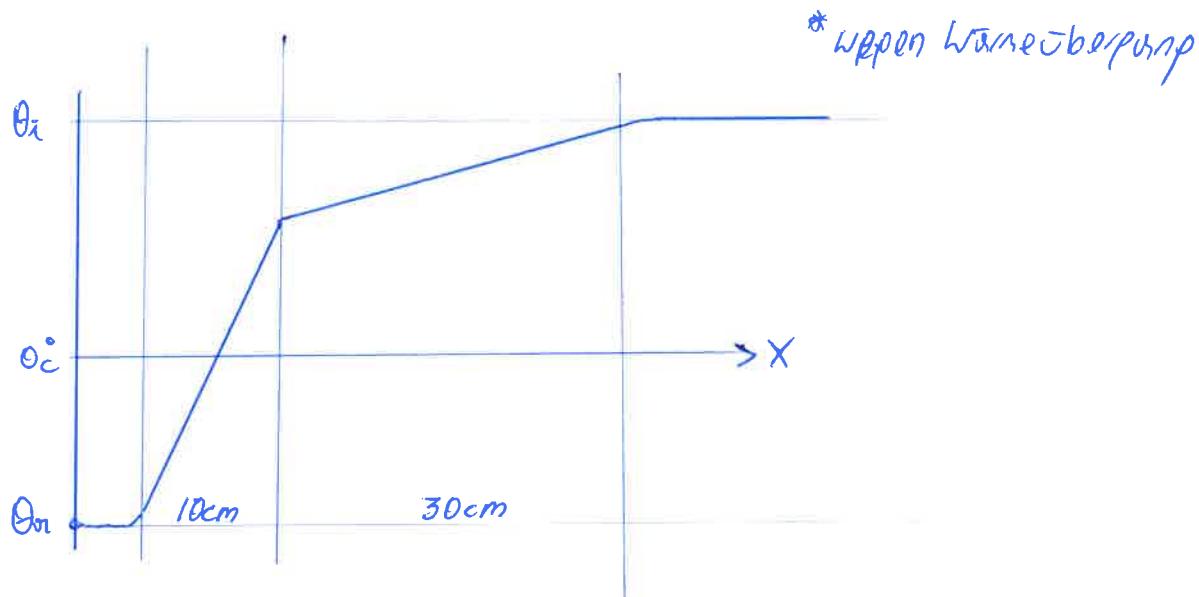
Lösen nach h :

$$h = \frac{P_1}{g_w g} (10^\alpha - 1) = \frac{1.013 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9.81} (10^{\frac{2}{3}} - 1) \approx \underline{249m}$$

Aufgabe 60

(7)

- (a) Die Temperatur nimmt nahe an der Außenwand etwas zu, wegen der hohen Wärmedämmung der Außenschicht steigt die Temperatur stark an. In der Ziegelwand ist die Wärmedämmung nicht so gut, deshalb wird so steil. In den Raum hinein nimmt die Temperatur noch etwas zu, da die Wand wärmer ist als der Raum.



- (b) Wand und Glasklische wirken wie eine Parallelschaltung mit unterschiedlichem Wärmetransportverhälten

$$\phi = \phi_w + \phi_f$$

Für den Wärmefluss gilt:

$$\phi = \frac{dQ}{dt} = \frac{\lambda A \Delta T}{l} = k \cdot A \cdot \Delta T \quad \text{mit } k = \frac{\lambda}{l}$$

Der N-Wert für eine mehrschichtige Wand (entspricht einer Serenschaltung) berechnet sich über die Summe oder Reihenwerte aller Komponenten $\frac{1}{k_w} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{d_3}$.

$$\text{Für die Wand gilt dann } \phi_w = \frac{\frac{3}{4} A \Delta T}{\left(\frac{1}{d_1} + \frac{l_p}{\lambda p} + \frac{l_2}{\lambda z} + \frac{1}{d_3} \right)}.$$

Der perrende Wärmefluss ist dann

$$\phi = \frac{\frac{3}{4} A \Delta T}{\left(\frac{1}{d_1} + \frac{l_p}{\lambda p} + \frac{l_2}{\lambda z} + \frac{1}{d_3} \right)} + \frac{A \Delta T k_f}{4} = \frac{A \Delta T}{4} \left(\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{d_1} + \frac{l_p}{\lambda p} + \frac{l_2}{\lambda z} + \frac{1}{d_3}} + k_f \right) \approx \underline{\underline{348 \text{W}}}$$

(c)

$$\vartheta_z = ?$$

⑧

Vgl.: oh. Widerstand: $J = \frac{U}{R}$ bzw. $\phi = \frac{dQ}{dt} = \frac{\lambda A ST}{l}$

Der Übertragewiderstand ist $R_\lambda = \frac{l}{\lambda A}$

Für die Teiltemperaturen (cf. Teilspannungen) gilt bei
der Serienhaltung von 2 Widerständen

$$\frac{\Delta T_i}{\Delta T_{\text{ges}}} = \frac{T_{\text{oi}} - T_z}{T_{\text{oi}} - T_i} = \frac{R_{\lambda p}}{R_\lambda} = |\text{einsetzen}| = \frac{l_p \lambda}{l \cdot \lambda_p} = \frac{K}{k_p}$$

$$K = \frac{1}{\frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_z}} = \frac{k_p \cdot k_z}{k_p + k_z} \Rightarrow \frac{T_{\text{oi}} - T_z}{T_{\text{oi}} - T_i} = \frac{k_z}{k_p + k_z}$$

Damit folgt $T_z = T_{\text{oi}} + (T_i - T_{\text{oi}}) \frac{k_z}{k_p + k_z} = T_{\text{oi}} + (T_i - T_{\text{oi}}) \frac{\frac{\lambda_z}{l_z}}{\frac{\lambda_p}{l_p} + \frac{\lambda_z}{l_z}}$

$$= T_{\text{oi}} + (T_i - T_{\text{oi}}) \frac{\lambda_z l_p l_t}{l_z (\lambda_p l_t + \lambda_z l_p)} \approx \underline{\underline{285 \text{ K} = +12^\circ \text{C}}}$$